

## Задача распределения ресурсов предприятия

### Содержательная постановка задачи

Фабрика выпускает сумки: женские, мужские, дорожные. Данные о материалах, используемых для производства сумок и месячный запас сырья на складе представлены в Таблице 1.

Таблица 1

Исходные данные

Тип сумки	Сумка женская	Сумка мужская	Сумка дорожная	
Материалы	Расход			Запас материалов (шт./мес.)
кожа (м <sup>2</sup> )	0,5	-	-	75
кожзаменитель (м <sup>2</sup> )	-	0,3	1,5	150
подкладочная ткань (м <sup>2</sup> )	0,6	0,4	1,7	300
нитки (м)	20	10	30	8000
фурнитура - молния (шт.)	4	5	3	1500
фурнитура - пряжки (шт.)	2	2	2	800
фурнитура - прочее (шт.)	2	2	4	1000

По информации, полученной в процессе изучения рынка продаж, ежемесячный спрос на продукцию фабрики составляет: 150 шт. женских сумок, 70 – мужских и 50 – дорожных. Оптовая цена сумок - 3 000 руб., 700 руб. и 2 000 руб. соответственно.

Необходимо найти оптимальный план объема производства сумок каждого типа, обеспечивающий максимальную выручку от реализации продукции и удовлетворение рыночного спроса.

**Математическая модель** строится с искомыми переменными величинами – ежемесячным объемом производства женских сумок  $X_1$ , мужских  $X_2$  и дорожных  $X_3$ , которые определяют целевую функцию (ЦФ) – выручку от реализации продукции:

$$(1) \quad F(x) = 3000 * X_1 + 700 * X_2 + 2000 * X_3 \rightarrow \max$$

Решению задачи отвечает максимум ЦФ при следующих условиях и ограничениях:

$$\dot{U} \begin{cases} 0,5 X_1 \leq 75 \\ 0,3 X_2 + 1,5 X_3 \leq 150 \\ 0,6 X_1 + 0,4 X_2 + 0,7 X_3 \leq 300 \\ 20 X_1 + 10 X_2 + 30 X_3 \leq 8000 \\ 4 X_1 + 5 X_2 + 3 X_3 \leq 1500 \\ 2X_1 + 2X_2 + 2X_3 \leq 800 \\ 2X_1 + 2X_2 + 4X_4 \leq 10000 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Ежемесячный расход материалов не должен} \\ \text{превышать их месячных запасов} \end{array}$$

$\dot{U} \quad X_1 \geq 150, X_2 \geq 70$  и  $X_3 \geq 50$ , с учетом рыночного спроса.

$\dot{U} \quad X_1, X_2$  и  $X_3$  - целые, - условие, на позволяющее производить доли сумок (единица измерения - шт.).

## Оптимизационное моделирование

Будем искать решение как этой задачи, так и остальных, рассматриваемых в текущем разделе, путем оптимизационного компьютерного моделирования в среде электронных таблиц MS Excel.

### Построение модели

1. На рабочий лист Excel введите исходные данные, как показано на Рис 1.

	A	B	C	D	E
1	Тип сумки	Сумка женская	Сумка мужская	Сумка дорожная	
2	Материалы	Расход			запасы (мес)
3	кожа (м <sup>2</sup> )	0,5			75
4	кожзаменитель (м <sup>2</sup> )		0,3	1,5	150
5	подкладочная ткань (м <sup>2</sup> )	0,6	0,4	1,7	300
6	нитки (м)	20	10	30	8000
7	фурнитура - молния (шт)	4	5	3	1500
8	фурнитура - пряжки (шт)	2	2	2	800
9	фурнитура - прочее (шт)	2	2	4	1000
10					
11	Оптовая цена сумки (руб) (коэффициенты ЦФ)	3 000,00р.	700,00р.	2 000,00р.	
12	Объем производства сумок	X1	X2	X3	
13	Значение (объем производства)				
14	Спрос (мес)	150	70	50	
15					
16		ЦФ(выручка) - max			
17					

Рис 1. Исходные данные

2. В ячейках B12:D12 – разместите имена переменных.
3. Ячейки B13:D13 – предназначены для значений переменных (это изменяемые в процессе поиска решения ячейки), в которых появятся искомые количества сумок женских, мужских и дорожных по завершению поиска решения.
4. E16 – целевая ячейка, в которой будет размещена формула целевой функции (1).
5. Значения ячеек, в которых размещена оптовая цена сумок являются коэффициентами ЦФ.
6. Для нахождения ЦФ следует использовать функцию Excel СУММПРОИЗВ из категории математических.: =СУММПРОИЗВ(B11:D11;B13:D13). Значение введенной ЦФ равно нулю, т.к. значения объема производства тоже пока нулевые (Рис. 2. и 3).

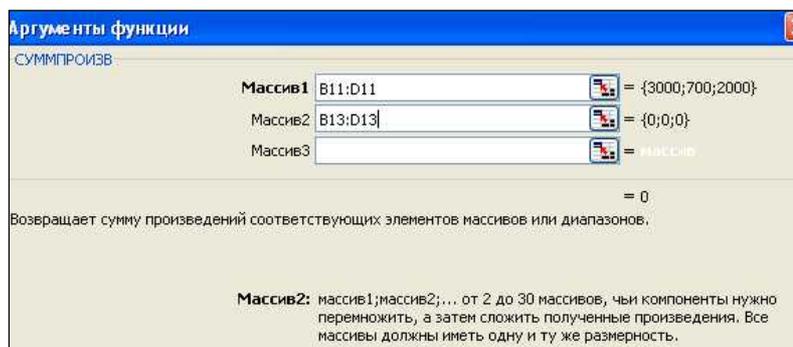


Рис 2. Диалоговое окно функции СУММПРОИЗВ

E16    fx =СУММПРОИЗВ(B11:D11;B13:D13)					
A	B	C	D	E	
1	Тип сумки	Сумка 1	Сумка 2	Сумка 3	
2	Материалы	Расход			запасы (мес)
3	кожа (м <sup>2</sup> )	0,5		75	
4	кожезаменитель (м <sup>2</sup> )		0,3	1,5	150
5	подкладочная ткань (м <sup>2</sup> )	0,6	0,4	1,7	300
6	нити (м)	20	10	30	8000
7	фурнитура - молния (шт)	4	5	3	1500
8	фурнитура - пряжки (шт)	2	2	2	800
9	фурнитура - прочее (шт)	2	2	4	1000
10					
11	Оптовая цена сумки (руб) (коэффициенты ЦФ)	3000	700	2000	
12	Объем производства сумок	X1	X2	X3	
13	Значение (объем производства)				
14	Спрос (мес)	150	70	50	
15					
16	ЦФ(выручка) - max	=СУММПРОИЗВ(B11:D11;B13:D13)			

Рис 3. Фрагмент листа Excel в режиме формул. ЦФ и влияющие массивы ячеек.

7. Для ограничений удобно построить еще одну таблицу на этом же листе Excel (Рис. 4). При вводе правых частей ограничений используйте формулы ссылок на ячейки столбца ЗАПАСЫ (строки СПРОС) – как на Рис.6. Использование формул ссылок избавит вас от дублирования содержимого ячеек с данными в ячейки таблицы ограничений, кроме того, изменения в таблице исходных данных будут синхронно отражаться в таблице ограничений.

ограничения			
Материалы			
22	кожа (м2)		не более 75
23	кожезаменитель (м2)		не более 150
24	подкладочная ткань (м2)		не более 300
25	нити (м)		не более 8000
26	фурнитура - молния (шт)		не более 1500
27	фурнитура - пряжки (шт)		не более 800
28	фурнитура - прочее (шт)		не более 1000
спрос			
30	спрос на женские сумки		не менее 150
31	спрос на мужские сумки		не менее 70
32	спрос на дорожные сумки		не менее 50
33			

Рис.4. Таблица ограничений в символьном режиме без формул ограничений

8. При вводе формул (левых частей) ограничений **по материалу** следует вновь использовать формулу СУММПРОИЗВ. При этом формулу достаточно ввести один раз в ячейку B22, сделав абсолютные ссылки<sup>1</sup> на диапазон ячеек, где хранятся значения переменных X1, X1 и X3 (\$B\$13:\$D\$13) (Рис. 5). Затем необходимо скопировать введенную формулу для всех остальных ограничений по материалу в ячейки диапазона B23:B28.

<sup>1</sup> Изменение относительного адреса ячейки на абсолютный (и обратно) выполняется при нажатии клавиши F4.

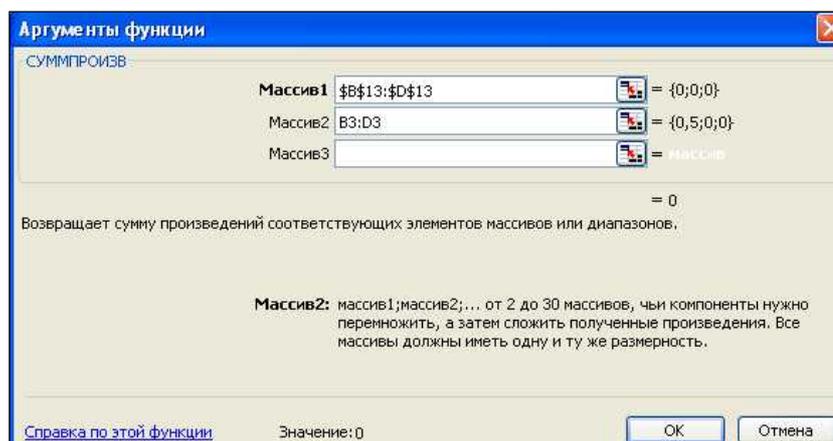


Рис 5. Диалоговое окно ввода функции СУММПРОИЗВ для ввода ограничений по материалу

9. При вводе ограничений **по спросу** в левой части достаточно сделать ссылки на ячейки с искомыми значениями переменных (B13:D13). В правой части ограничения вводятся данные по условию (с помощью ссылок на ячейки диапазона B14:D14).
10. Результат ввода ограничений в режиме формул – на Рис.6.

20	ограничения			
21	Материалы			
22	кожа (м2)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$13:\$D\$13;B3:D3)	не более	=E3
23	кожезаменитель (м2)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$13:\$D\$13;B4:D4)	не более	=E4
24	подкладочная ткань (м2)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$13:\$D\$13;B5:D5)	не более	=E5
25	нити (м)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$13:\$D\$13;B6:D6)	не более	=E6
26	фурнитура - молния (шт)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$13:\$D\$13;B7:D7)	не более	=E7
27	фурнитура - пряжки (шт)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$13:\$D\$13;B8:D8)	не более	=E8
28	фурнитура - прочее (шт)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$13:\$D\$13;B9:D9)	не более	=E9
29	спрос			
30	спрос на женские сумки	=B13	не менее	=B14
31	спрос на мужские сумки	=C13	не менее	=C14
32	спрос на дорожные сумки	=D13	не менее	=D14

Рис.6. Результаты ввода формул ограничений

### Исследование модели

Оптимизация рассматриваемой модели, т.е. поиск неизвестных, при которых достигается максимум целевой функции и удовлетворяются все введенные условия, выполняется встроенной процедурой автоматического поиска решения. Из меню СЕРВИС командой ПОИСК РЕШЕНИЯ (или на закладке ДАННЫЕ в MS Office 2007 в группе АНАЛИЗ ДАННЫХ) необходимо вызывать одноименное диалоговое окно, в котором произвести следующие установки:

1. В поле УСТАНОВИТЬ ЦЕЛЕВУЮ ЯЧЕЙКУ введите адрес ЦФ E16 (щелчком по указанной ячейке).
2. Ниже, для строки РАВНОЙ, выберите параметр МАКСИМАЛЬНОМУ ЗНАЧЕНИЮ (Рис. 7.).
3. В поле ИЗМЕНЯЯ ЯЧЕЙКИ введите диапазон ячеек с искомыми переменными B13:D13 (Рис. 7).

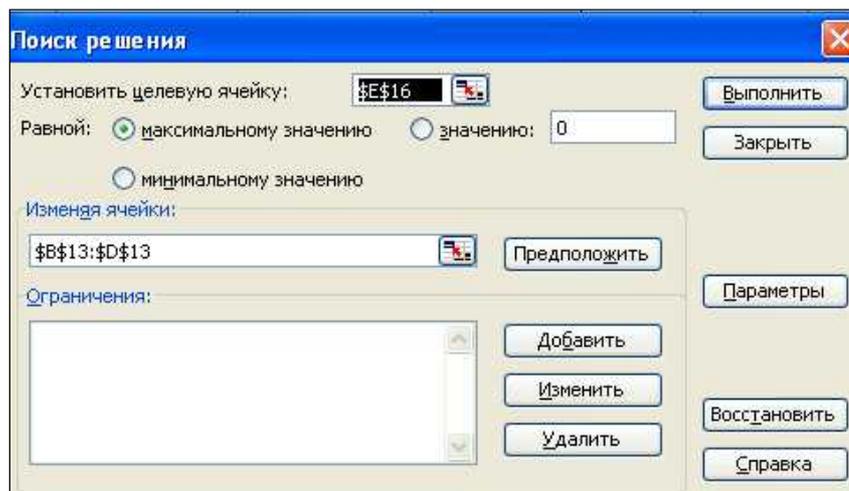


Рис.7. Фрагмент диалогового окна ПОИСК РЕШЕНИЯ

4. Щелчком по кнопке ДОБАВИТЬ вызовите окно ДОБАВЛЕНИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ. В этом окне выполните ссылки на ячейки подготовленной таблицы ограничений, а также выберите оператор ограничений, причем в нашем случае однотипные ограничения (по материалу и по спросу) можно ввести не отдельно по каждой строке, а массивами, например как на Рис 8. – по материалу.

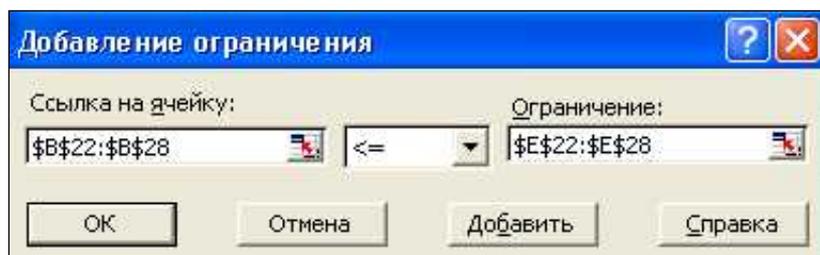


Рис. 8. Окно добавления ограничения по МАТЕРИАЛУ

5. Аналогично введите ограничения по спросу:  $BS30:BS32 \geq ES30:ES32$  (Рис. 10).
6. Введите ограничение по целостности переменных (оператор «целое» не вводите вручную, а выберите его среди прочих операторов ограничений);
7. Задав ограничения, из окна ПОИСК РЕШЕНИЯ кнопкой ПАРАМЕТРЫ вызовите окно ПАРАМЕТРЫ ПОИСКА РЕШЕНИЯ, где установите флажок ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ и нажмите ОК (флажок НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ можно в нашем случае и не устанавливать, т.к. в ограничениях эти условия уже предусмотрены и являются избыточными) - Рис. 9.

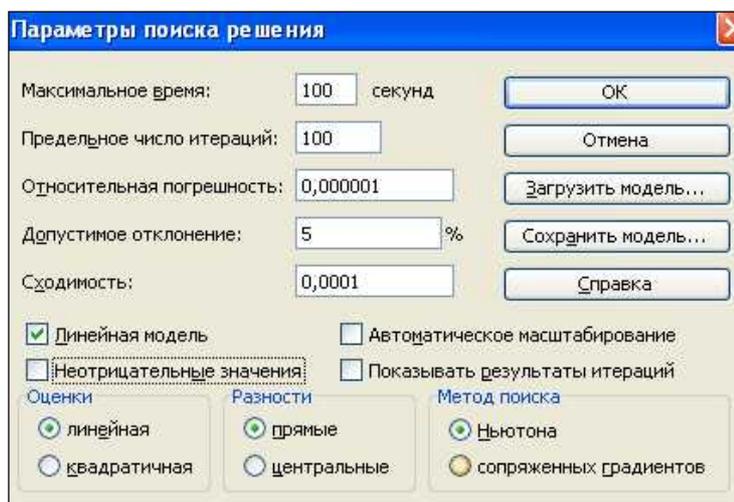


Рис. 9. Настройка Параметров поиска решения

8. Происходит возврат в окно поиска решения. Настроенное окно поиска решения показано на Рис. 10.

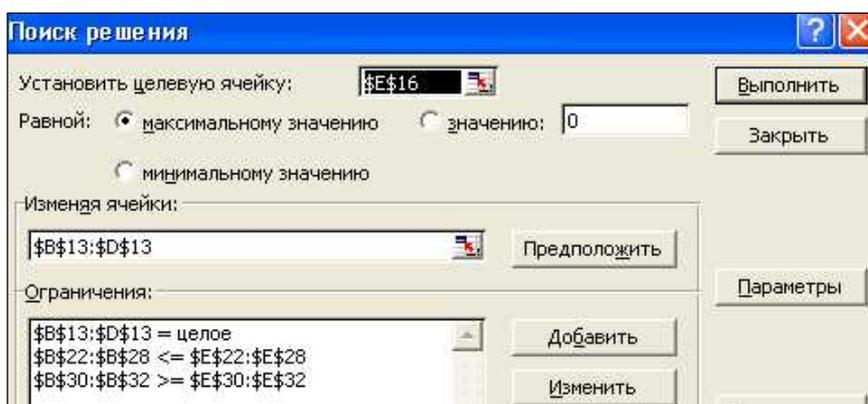


Рис 10. Настройка диалогового окна ПОИСК РЕШЕНИЯ

9. Кнопкой ВЫПОЛНИТЬ запустите процедуру выполнения поиска решения.  
 10. Выполнение процедуры завершается выводом сообщения о завершении поиска и найденном решении (Рис 11).

	A	B	C	D	E
1	Тип сумки	Сумка женская	Сумка мужская	Сумка дорожная	
2	Сырье	Расход			запасы (мес)
3	кожа (м2)				
4	кожезаменитель (м2)				
5	подкладочная ткань (м2)				
6	нитки (м)				
7	фурнитура - молния (шт)				
8	фурнитура - пряжки (шт)				
9	фурнитура - прочее (шт)				
10					
11	Оптовая цена сумки (руб) (коэффициенты ЦФ)				
12	Объем производства сумок	X1	X2	X3	
13	Значение (объем производства)		150	135	73
14	Спрос (мес)		150	70	50
15					
16		ЦФ(выручка) - max			690 500,00р.
17					

Рис 11. Фрагмент рабочего листа с окном результата поиска решения

### Анализ результатов поиска решения

1. При ошибках ввода и невозможности найти решение, в окне результатов поиска решения появляется сообщение (Рис. 12). Следует использовать переключатель ВОССТАНОВИТЬ ИСХОДНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ. При этом происходит возврат на рабочий лист Excel и восстановление исходных его значений. Необходимо убедиться в правильности введенных данных, и после устранения ошибок опять запустить процедуру поиска решения.

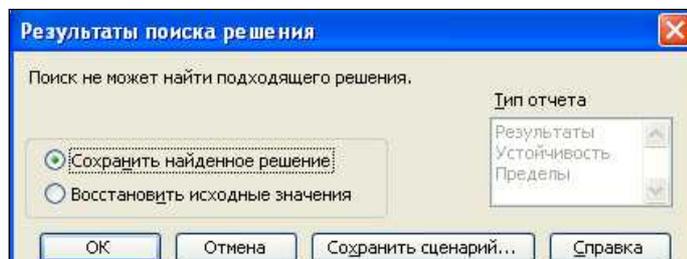


Рис 12. Окно результатов поиска решения

2. Решение найдено (Рис. 13). Из окна результатов поиска решения кнопкой СОХРАНИТЬ СЦЕНАРИЙ... запустите операцию сохранения результатов поиска решения в виде сценария.

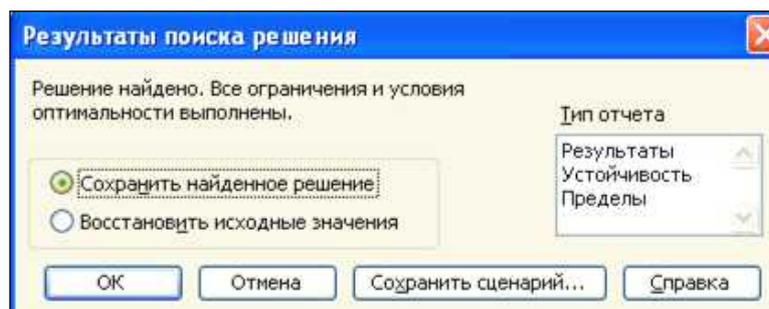


Рис 13. Окно результатов поиска решения

3. В диалоговом окне сохранения сценария введите имя сценария «Сумки-1» (Рис. 14). Нажмите ОК, при этом происходит возврат в окно результатов поиска решения.

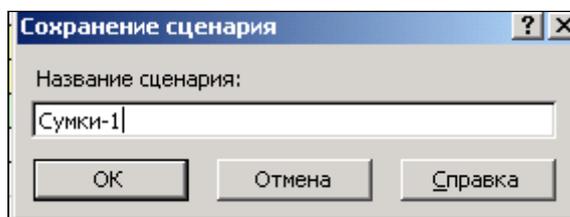


Рис.14. Окно сохранения сценария

4. Для анализа результатов решения задачи сформируйте отчет. Из окна результатов поиска решения выберите тип отчета – «Результаты». Он автоматически сформируется на отдельном листе Excel. Отчеты «Устойчивость» и «Пределы» не применимы для задач с целочисленными ограничениями.

**Отчет по результатам** - содержит три таблицы:

- в таблице «Целевая ячейка (Минимум)» находятся сведения об исходном и оптимизированном значениях ЦФ.
- в таблице «Изменяемые ячейки» указаны исходные и конечные значения изменяемых ячеек.
- в таблице «Ограничения» приведен список всех ограничений. Если ограничение не влияет на изменение ЦФ, то в графе «Статус» указывается значение не связан, это значение устанавливается для всех изменяемых ячеек, не равных нулю. В противном случае указывается значение связанное. В графе «Разница» указаны разности между нулевым и оптимальным значениями соответствующих ячеек.

После сохранения сценария и выбора отчета нажмите кнопку ОК для завершения поиска решения и закрытия окна результатов. Отчет по результатам представлен на Рис.15.

Целевая ячейка (Минимум)						
Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат			
\$F\$7	Целевая ячейка (Минимум)	1	690 500,00			
Изменяемые ячейки						
Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат			
\$F\$2	Объем производства сумки X1	1	14			
\$F\$3	Объем производства сумки X2	1	14			
\$F\$4	Значение (объем производства) X3	0	70			
Ограничения						
Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница	
\$F\$20	спрос (муж) X1	75	\$B\$20<=\$F\$20	не связан	0	
\$F\$22	коэффициент X1	60	\$D\$22<=\$E\$22	связанное	0	
\$E\$24	предложение сумки X1	265	\$B\$24<=\$E\$24	не связан	319	
\$E\$25	спрос X1	650	\$B\$25<=\$E\$25	не связан	1460	
\$F\$27	фурнитура - женские X1	1494	\$B\$27<=\$F\$27	не связан	6	
\$F\$28	фурнитура - дорожные X1	216	\$B\$28<=\$F\$28	не связан	84	
\$F\$30	фурнитура - дорожные X2	302	\$D\$30<=\$E\$30	не связан	100	
\$F\$32	спрос на женские сумки X1	60	\$D\$32<=\$E\$32	связанное	0	
\$E\$33	спрос на мужские сумки X1	35	\$B\$33<=\$E\$33	не связан	65	
\$F\$35	спрос на дорожные сумки X1	43	\$B\$35<=\$F\$35	не связан	23	
\$F\$2	Объем производства сумки X1	1	\$G\$1:\$H\$2<=\$I\$2	не связан	11	
\$F\$3	Объем производства сумки X2	1	\$G\$1:\$H\$3<=\$I\$3	не связан	11	
\$F\$4	Значение (объем производства) X3	0	\$G\$1:\$H\$4<=\$I\$4	связанное	0	
\$F\$4	Значение (объем производства) X3	70	\$D\$4<=\$E\$4	связанное	0	

Рис.15. Фрагмент Листа Excel с отчетом по результатам поиска решения

5. Результаты решения задачи – на Рис.16.
6. Анализ результатов показывает, что максимальная выручка составит 690 500,00 руб., спрос на сумки женские удовлетворен, а выпуск мужских и дорожных сумок превышает спрос.

11	Оптовая цена сумки (руб) (коэффициенты ЦФ)	3 000,00р.	700,00р.	2 000,00р.	
12	Объем производства сумок	X1	X2	X3	
13	Значение (объем производства)	150	135	73	
14	Спрос (мес)	150	70	50	
15					
16	ЦФ(выручка) - max				690 500,00р.

Рис 16. Результаты поиска решения

7. Командой СЕРВИС – СЦЕНАРИИ откройте диспетчер сценариев, выберите свой сценарий, кнопкой ИЗМЕНИТЬ зайдите в диалоговое окно «Изменение сценария», просмотрите ссылки, нажмите кнопку ОК и проверьте значения

изменяемых ячеек на соответствие с данными рабочего листа, если необходимо, внесите коррективы значений в окне сценария (Рис.17).



Рис 17. Диалоговое окно просмотра (корректировки) значений изменяемых ячеек сценария

### Изменение модели

**На фабрике изменилась технология производства женских сумок.** Уменьшились потребности в коже и подкладочной ткани. По новым техническим условиям для их производства кожи понадобится  $0,3 \text{ м}^2$ , а ткани подкладочной –  $0,4 \text{ м}^2$ .

Необходимо в новых условиях определить оптимальный план объема производства сумок каждого типа, обеспечивающий максимальную выручку от реализации продукции и удовлетворение рыночного спроса.

Внесите изменения в компьютерную модель с учетом новых технологических условий и повторите поиск решения. Для этого выполните следующие действия:

1. Откройте рабочий лист Excel, где было получено решение по сценарию «Сумки-1».
2. Измените исходные данные согласно новым условиям и удалите полученные ранее результаты (последнее необязательно).
3. Выполните поиск решения в новых условиях.
4. Полученный результат сохраните в виде сценария с именем «Сумки-2», просмотрите результаты сценария.
5. Результат выполнения представлен в таблице 2.

Таблица 2

Результат выполнения поиска решения при новых технологических условиях

Значение (объем производства)	250	70	50	
Спрос (мес.)	150	70	50	
ЦФ(выручка) - max				899 000,00р.

6. Анализ полученных результатов показывает: удовлетворен спрос на мужские и дорожные сумки, а производство женских сумок превышает спрос на них. При этом повысилась выручка.
7. Командой СЕРВИС – СЦЕНАРИИ откройте диспетчер сценариев (Рис.18).

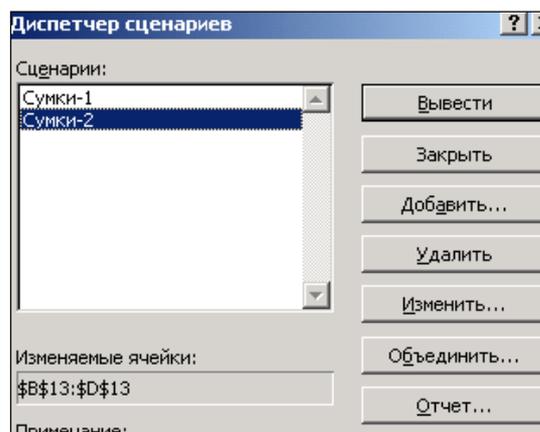


Рис. 18. Диалоговое окно диспетчера сценариев

8. Из диспетчера сценариев можно выбрать нужный сценарий и кнопкой **ВЫВЕСТИ** получить соответствующие ему результаты.
9. Сохраните задачу в виде книги Excel с именем «Сумки-1-2.xls».